

はじめての物理数学【目次】

はじめに

第1章◎微分

1-1 「限りなく近づく値」それが微分・積分のはじまり(微分係数)

瞬間を捉えるための数学

「 $\frac{0}{0}$ 」型の極限の求め方

平均変化率

- 物理への展開……瞬間の速度
微分係数
- 入試問題に挑戦(センター試験)
- 質問コーナー

1-2 "原因"、そして、"原因"の"原因"まで捉える(導関数)

増減表

増減表とグラフの描き方

$f(x) = x^n$ の微分公式を求める

導関数を表す記号

導関数の性質

- 物理への展開……位置・速度・加速度
微分の意味
加速度と2階導関数
- 入試問題に挑戦(センター試験)
- 質問コーナー

1-3 ある極限のための新しい角度の表し方(三角関数の極限)

扇形の面積公式

三角比とその拡張

はさみうちの原理

$\theta \rightarrow 0$ における $\frac{\sin \theta}{\theta}$ の極限

弧度法(ラジアン)

ベクトルのイロハ

- 物理への展開……等速円運動の加速度
等速円運動の加速度
- 入試問題に挑戦(九州産業大学)
- 質問コーナー

1-4 「小さきもの」 × 「小さきもの」は無視できる(積の微分)

積の導関数を図形から導く
積の導関数を微分の定義式から導く

- 物理への展開……運動方程式と角運動量
第1法則：慣性の法則
第2法則：運動の法則(運動方程式)
第3法則：作用・反作用の法則
万有引力の法則
- 入試問題に挑戦(東京都市大学)
角運動量について
- 質問コーナー

1-5 「見かけの力」の正体(三角関数の微分と合成関数の微分)

2点間の距離の公式
三角関数の相互関係
負角・余角の公式
加法定理
 $\sin \theta$ の導関数
 $\cos \theta$ の導関数
 $\tan \theta$ の導関数
合成関数の微分

- 物理への展開……コリオリ力と遠心力
回転する座標系での運動
コリオリ力と遠心力
- 入試問題に挑戦(京都大学)
角運動量と力のモーメント
- 質問コーナー

第2章◎積分

2-1 科学史上の大発見(微分積分学の基本定理)

不定積分(原始関数)

不定積分の性質

積分とは？

平均値の定理

平均値の定理が成立するための前提条件(関数の連続と微分可能)

微分積分学の基本定理

- 物理への展開……等加速度直線運動
- 入試問題に挑戦(名城大学)
- 質問コーナー

2-2 記号の王様ライプニッツの功績(置換積分法)

不定積分の置換積分法

定積分の置換積分

- 物理への展開……エネルギー保存の法則と運動量保存の法則
 - 運動エネルギーと仕事
 - 重力の位置エネルギー
 - 弾性力による位置エネルギー
 - 運動量と力積
 - 運動量保存の法則
- 入試問題に挑戦(センター試験)
- 質問コーナー

第3章◎微分方程式

3-1 現実をモデル化し、未来を予測する術(微分方程式とモデル化)

微分方程式の解

- 物理への展開……単振動
 - 運動方程式を「解く」醍醐味
 - モデル化について
 - ばねに繋がれた物体の運動
 - 三角関数の合成
 - 単振動の一般解と初期条件の使いかた

- 入試問題に挑戦(東京大学)
- 質問コーナー

3-2 「解ける」微分方程式の基本形(1 階微分方程式～変数分離形～)

微分方程式の分類

指数の拡張①(0 や負の整数の指数)

指数の拡張②(有理数の指数)

指数の拡張③(無理数の指数)

指数関数

指数関数のグラフ

対数

対数の性質

対数法則

底の変換公式

対数関数

対数関数の微分と自然対数の底(ネイピア数)

指数関数の微分

指数関数と対数関数の積分

三角関数の積分

1 次式を含む合成関数の積分公式

変数分離型の1階微分方程式の解き方

- 物理への展開……空気抵抗を受けて落下する物体の運動
- 入試問題に挑戦(日本大学)
- 質問コーナー

3-3 オイラーの公式で「解の公式」を手に入れる(2 階線形同次微分方程式)

2 階定数係数線形同次微分方程式の一般解

虚数単位と複素数

1 次近似

2 次近似と3 次近似

テイラー展開

オイラーの公式

$y'' + ay' + by = 0$ の3 種類の解

- 物理への展開……減衰振動
- オリジナル問題に挑戦
- 質問コーナー

おわりに(参考文献)

索引